Note mathématique : L'erreur du chapitre 21 de la Théorie Générale

Alexander Tobon
PHARE, Université de Paris X-Nanterre, France

A. La variation du niveau général des prix: Etape I

L'objet de cette section est de dériver l'élasticité du niveau général des prix notée e_p et mesurée en monnaie lorsque la demande effective totale mesurée en monnaie varie. Cette élasticité est fonction de 1) l'élasticité de la production e_q lorsque la demande effective totale mesurée en unités de salaire varie, et 2) l'élasticité de la masse salariale e_w mesurée en monnaie lorsque la demande effective totale mesurée en monnaie change. On peut se rendre compte de l'importance de bien faire la différence entre les grandeurs mesurées en unités de salaire et les grandeurs mesurées en monnaie.

D'abord, il faut établir un rapport entre e_q et l'élasticité du niveau général des prix mesurée en unités de salaire (celle-ci étant notée $e_p^{'}$) lorsque la demande effective totale mesurée en unités de salaire varie. Ces deux élasticités sont définies ainsi :

$$e_q = \frac{dQ}{dD_w}\frac{D_w}{Q}$$

$$e_p^{'} = \frac{dP_w}{dD_w}\frac{D_w}{P_w}$$

Maintenant il faut reprendre l'expression (9). Comme nous l'avons fait précédemment, on peut établir une expression des élasticités à partir de l'expression de la variation totale (différentiel totale) de la demande effective :
:

$$dD_w = P_w dQ + Q dP_w \qquad (13)$$

Ensuite

$$\frac{dD_w}{D_w} = \frac{dP_w}{P_w} + \frac{dQ}{Q} \qquad (14)$$

Si l'on multiplie chaque terme de l'expression (14) par D_w/dD_w, on a :

$$\frac{dP_w}{dD_w}\frac{D_w}{P_w} + \frac{dQ}{dD_w}\frac{D_w}{Q} = 1 \qquad (15)$$

En substituant par les définitions des élasticités on obtient que :

$$e_p^{'} + e_q = 1 \qquad (16)$$

Nous avons ici un résultat important en relation avec la dynamique du niveau général des prix. L'expression (16) signifie qu'un accroissement de la demande effective totale ou globale est entièrement absorbé par l'augmentation qu'il suscite sur la production globale et sur le niveau général des prix mesuré en unités de salaires. Si la production de l'économie ne change pas lorsque la demande effective totale varie, c'est-à-dire lorsque e_q=0, tout l'effet de l'augmentation de la demande effective de l'économie consiste en une hausse proportionnelle du niveau général des prix car $e_p^{'} = 1$. Si, en revanche, la production de l'économie change proportionnément lorsque la demande effective totale varie, c'est-à-dire que si e_q=1, le niveau général des prix n'augmente pas car $e_p^{'} = 0$.

Etant donné l'expression (16), il faut établir le rapport de e_p avec e_q et e_w. D'abord, on va définir chacune des élasticités.[1]

$$e_p = \frac{dP}{dD}\frac{D}{P}$$

$$e_w = \frac{dW}{dD}\frac{D}{W}$$

On peut remarquer que ces deux élasticités sont mesurées en monnaie et non en unités de salaires. Ce changement dans les unités de mesure est bien souligné par Keynes à la page 285 du chapitre 20 et il décide de le conserver tout au long du chapitre 21, comme nous l'avons déjà vu. Les seules exceptions seront les élasticités e_q et e_e (l'élasticité de l'emploi global lorsque la demande effective globale varie) lesquelles sont mesurées en unités de salaire et non en monnaie.

Le rapport de e_p avec e_q et e_w est déduit par Keynes à partir de l'expression suivante :

$$P = P_w W \qquad (17)$$

En faisant comme d'habitude l'effet total de la variation du niveau général des prix mesuré en monnaie lorsque le niveau général des prix en unités de salaire et la masse salariale varient, on obtient :

$$dP = P_w dW + W dP_w \qquad (18)$$

En établissant aussi que :

$$D = D_w W \qquad (18A)$$

On peut démontrer que[2]:

$$e_p = 1 - e_q(1 - e_w) \qquad (19)$$

Une telle équation signifie que le mouvement des prix dépend des variations dans la production et dans les salaires, les trois élasticités étant définies par rapport à la demande effective. Si e_w=1 ou e_q=0, alors e_p=1. Le niveau général des prix augmente alors dans la même proportion que la demande effective. En fait, le cas plus intéressant est celui dans lequel e_q=0, puisque le niveau général des prix augmente dans la même proportion que la demande effective (e_p=1) tandis la production reste invariable lorsque la demande effective modifie.

Nous allons nous arrêter sur l'élasticité e_q. Cette élasticité nous dit comment la production globale change lorsque la demande effective globale varie. Mais, que se passe-t-il au niveau de l'entreprise ? A travers l'expression (11) nous pouvons dire que si toutes les entreprises augmentent sa demande

[1] Pour e_p et e_w, Keynes dit que *W* est le salaire en monnaie d'un travailleur et *P* le prix monétaire anticipé d'une unité de production totale. Cela n'a aucun sens si l'on considère les variables au niveau global.
[2] Le calcul détaillé de ce résultat apparaît dans l'annexe 3.

effective dans un pourcentage déterminé, la demande effective globale augmente dans le même pourcentage. Or, de façon générale, chaque entreprise peut augmenter sa demande effective indépendamment des autres entreprises.

Ainsi, il n'existe pas de proportionnalité stricte entre la demande effective globale et la demande effective de chaque entreprise. Keynes (1936, 286) explique le phénomène ainsi : « Nous avons supposé jusqu'à présent qu'à tout niveau de la demande effective globale correspondait une seule répartition de cette demande effective entre les produits des diverses industries particulières. Or, quand le montant de la dépense globale varie, le montant correspondant de <u>la dépense portant sur les produits d'une industrie particulière ne varie pas en général dans la même proportion</u> » (souligné par nous).

Les conséquences de cette absence de proportionnalité sont très importantes. Si un entrepreneur augmente sa demande effective, il pourra augmenter de façon non proportionnelle sa demande de moyens de production. Ainsi, il accroît sa demande effective et comme l'élasticité e_{qr} en dépend, la production augmente. Par conséquent, l'emploi augmente aussi. L'élasticité e_{qr} de chaque entreprise est, par conséquent, différente de e_q au niveau global. Ainsi, si la demande d'une marchandises s'accroît, les prix monétaires augmentent mais dans des proportions différentes. Donc, le niveau général des prix s'accroît selon l'expression (12) et la structure des prix relatifs se modifie.

Comme les prix monétaires augmentent dans des proportions différentes, chaque entrepreneur a la possibilité de réorienter sa demande vers de nouveaux marchés. Ainsi, différents processus d'allocation et d'emploi de ressources sont mis en œuvre. Nous retrouvons ici la critique de la section D du chapitre II : les seuls prix monétaires jouent le rôle de l'allocation et de l'emploi de ressources. C'est ce qui permet de rejeter l'affirmation de Keynes selon laquelle il existe une dichotomie entre l'allocation et l'emploi de ressources.

B. La variation du niveau général des prix : Etape II

Maintenant, il faut s'arrêter sur la section VI du chapitre 21 pour considérer la quantité de monnaie de façon exogène. Il nous semble que Keynes accepte implicitement la quantité de monnaie comme exogène parce que pour lui, ce n'est pas le problème de base de la théorie quantitative traditionnelle mais l'acceptation de la dichotomie réel-monétaire et l'acceptation de la loi de Say. L'hypothèse de considérer la quantité de monnaie exogène peut être levée après avoir rejeté les deux acceptations antérieures. Il établit, donc, la relation entre la demande effective totale en monnaie et la quantité de monnaie exogène ainsi :

$$D = MV \qquad (20)$$

Où, M est la quantité de monnaie, V est la vitesse de circulation de la monnaie et D est la demande effective. Si la vitesse de circulation est constante, le niveau général des prix P en monnaie augmente dans la même proportion que M, seulement si P augmente dans la même proportion que D, c'est-à-dire, si $e_p = 1$. Selon Keynes, $e_p = 1$ si l'on satisfait deux conditions 1) $e_w = 1$ ou 2) $e_q^* = 0$, où :

$$e_q^* = \frac{dQ}{dD}\frac{D}{Q} = 0$$

Il faut noter que ces deux conditions sont les mêmes que celles nous avons utilisées pour assurer que l'expression (19) soit égale à 1. La seule différence ce que maintenant e_q^* est mesurée en monnaie et e_q de l'expression (19) est mesurée en unités de salaire. Si l'on prend cette expression et qu'on considère la condition 2) $e_q^* = 0$, il est alors clair que e_p=1, c'est-à-dire que le niveau général des prix augmente dans la même proportion que la demande effective tandis la production reste invariable. Keynes (1936, 289) fait référence à ce cas ainsi : « Ceci signifie qu'on a atteint une situation où la théorie quantitative de la monnaie sous sa forme grossière est pleinement vérifiée […]; car le volume de la production ne change pas tandis que les prix montent dans une mesure exactement proportionnelle à *MV* », parce que d'après l'expression (20) $D = MV$. Donc, la théorie quantitative traditionnelle est démontrée à condition que V soit constant.

Si V n'est pas constant, on peut retrouver la théorie quantitative générale de Keynes. Pour cela, il faudrait deux nouvelles élasticités. D'abord l'élasticité de la demande effective e_d lorsqu'il y a des changements dans la quantité de monnaie, et deuxièmement, l'élasticité la plus importante, ainsi que Keynes (1936, 305) l'écrit « le sommet de cette pyramide » : l'élasticité du niveau général des prix en monnaie e lorsque la quantité de monnaie change. On a alors les définitions suivantes :

$$e_d = \frac{dD}{dM}\frac{M}{D}$$

$$e = \frac{dP}{dM}\frac{M}{P}$$

Etant donné e_p et e_d, on peut vérifier sans problème l'identité suivante :

$$e = e_p e_d \tag{21}$$

Où e_p correspond à l'expression (19) mais elle qu'on peut redéfinir dans l'équation équivalente :

$$e_p = 1 - e_e e_q^{**}(1 - e_w) \tag{22}$$

Où e_e est l'élasticité de l'emploi global lorsque la demande effective globale mesurée en unités de salaire varie et où e_q^{**} est l'élasticité de la production lorsque l'emploi varie. On a alors :

$$e_e = \frac{dN}{dD_w}\frac{D_w}{N}$$

$$e_q^{**} = \frac{dQ}{dN}\frac{N}{Q}$$

L'équivalence entre les expressions (19) et (22) peut être démontrée facilement. Si l'on fait le rapport e_q / e_e (les deux élasticités sont mesurées en unités de salaire), on obtient alors l'expression :

$$e_q^{**} = \frac{e_q}{e_e} \tag{23}$$

Donc

$$e_q = e_e e_q^{**} \qquad (24)$$

qui est une expression mesurée en unités de salaire. En substituant l'expression (24) dans l'expression (22), on a obtient l'expression (19).[3]

Maintenant il faut revenir sur « le sommet de cette pyramide », c'est-à-dire, sur l'expression (21). On substitue l'équation (22) dans l'expression (21) :

$$e = e_d - e_d e_e e_q^{**} + e_d e_e e_q^{**} e_w \qquad (25)$$

L'équation (25) représente la proposition générale de la théorie quantitative de la monnaie proposée par Keynes.[4] Il est clair que e dépend des quatre élasticités : e_d, e_e, e_q^{**} et e_w. L'élasticité e_d représente les facteurs de liquidité qui déterminent la demande de monnaie. Si e_d=1, les agents conservent sous la forme de monnaie une proportion constante de leur revenu. Cela signifie que le paramètre k de l'équation de Cambridge $kPY = M$ est constant.

L'élasticité e_w représente les facteurs ouvriers ou plus exactement les facteurs entrant dans le coût marginal, qui déterminent la proportion dans laquelle les salaires monétaires croissent quand l'emploi augmente. Si e_w = 0, les salaires monétaires sont interprétés comme fixes. Les élasticités e_e et e_q^{**} représentent les facteurs physiques qui déterminent le taux auquel les rendements décroissent lorsqu'on associe plus d'emploi à l'équipement existant. Si $e_e e_q^{**} = 1$, les rendements de toutes les

---

[3] Chez Keynes, l'expression (22) est écrite ainsi: $e_p = 1 - e_e e_q (1 - e_w)$. Celle-ci est incorrecte. Ce n'est pas une erreur typographique parce que e_q est l'élasticité de la production par rapport à la demande effective mesurée en unités de salaire et e_q^{**} est l'élasticité de la production par rapport à l'emploi. Cette erreur n'est pas du tout évidente parce que Keynes ne rend pas explicite l'expression (24). Marcuzzo (2002) ne se rend pas compte d'une telle erreur, elle écrit exactement la formule de Keynes. Habibagahi (1978) écrit $e_p = 1 - e_e^* e_q (1 - e_w)$. Il se rapproche de l'expression (22) parce qu'il clarifie que:

$$e_e^* = \frac{dN}{dD}\frac{D}{N}$$

mesuré en monnaie. Mais l'erreur persiste dans sa formule car l'expression $e_q e_e^*$ chez Habibagahi n'est pas la même expression que $e_e e_q^{**}$ chez Keynes. Cependant, il écrit (1978, 75, Note 15) que « The inclusion of [e_e^*] seems to be an error in Keynes unless it is assumed that [e_e^*=1]. But this restricts the formula unduly». Voir aussi Naylor (1968).

[4] Habibagahi (1978) présente une formule alternative à celle de Keynes, fondée sur la détermination du niveau général des prix à travers du mark up. Dans cette formule, toutes les élasticités sont mesurées en monnaie, ainsi :

$$e = e_d (e_w + e_e^* + e_k - e_q^*)$$

Avec

$$e_k = \frac{dk}{dD}\frac{D}{k}$$

unités de facteurs sont identiques, de telle sorte que le rendement marginal est égal au rendement moyen, et si $e_e e_q^{**} = 0$, il y a plein emploi du travail ou de l'équipement.

On sait que la proposition centrale de la théorie quantitative traditionnelle est la proportionnalité stricte entre l'augmentation de *M* et l'augmentation de *P*. Keynes se demande comment obtenir ce résultat traditionnel dans son modèle, c'est-à-dire, quels valeurs doivent avoir les élasticités pour que e=1 ?. Keynes cite trois possibilités.

Le premier cas consiste à supposer que e_d=1 et e_w = 1, c'est-à-dire si les agents conservent sous la forme de monnaie une proportion constante de son revenu et, si les salaires monétaires sont flexibles, alors tout l'accroissement de la demande globale est absorbée par la hausse des salaires, quelle que soit la valeur de $e_e e_q^{**}$.

Deuxièmement, si e_d=1, $e_e e_q^{**} = 0$, et quelle que soit la valeur de e_w, la proportionnalité entre *M* et *P* est vérifiée. Cela signifie que e=1 que les salaires monétaires sont fixes ou flexibles. Brady (1995, 64, note 3) n'est pas d'accord avec nous, il écrit: « On line 9 of p. 306, the last e_w should equal 1, not 0 », c'est-à-dire, pour lui, les salaries monétaires doivent être forcement flexibles.

Le troisième cas que Keynes cite suppose que e_d=1 et $e_q^{**} = 0$. Dans ce cas, e=1 quelle que soit la valeur de e_e et de e_w. On peut supposer deux autres exemples : 1) si e_d=1 et $e_e = 0$ quelles que soient les valeurs de e_q^{**} et e_w; ou bien 2) e_d=1, $e_e e_q^{**} = 1$ et e_w=1. Il faut remarquer qu'il est toujours nécessaire de supposer que e_d=1 pour obtenir e=1, en supposant les autres élasticités toujours positives. Cela signifie que pour obtenir la théorie quantitative traditionnelle, il faut toujours supposer que les agents conservent sous forme de monnaie une proportion constante de leur revenu, comme Marshall l'a soutenu pour le paramètre *k* ou simplement que la vitesse de circulation de la monnaie est constante si l'on dit que $V = 1/k$.

Keynes (1936, 306) finalise la section VI avec la conclusion suivante : « en général, la valeur de *e* n'est pas égale à l'unité et il n'y a sans doute pas grand risque à généraliser […] en disant que *e* est, par règle générale inférieure à l'unité », en écartant le cas d'une « fuite devant la monnaie » dans lequel e_d et e_w prennent une valeur élevée. Voilà le résultat fondamental. La théorie quantitative traditionnelle est valable seulement si l'on accepte l'hypothèse très restrictive selon laquelle e_d et e_w se rapprochent de 1 quelles que soient les valeurs de e_e et e_q^{**}, c'est-à-dire le cas d'une « fuite devant la monnaie » ce qui n'est pas le cas général.[5]

En bref, Keynes propose sa théorie quantitative générale sur la base de l'équation (25). Le résultat traditionnel de la proportionnalité entre *P* et *M* (e=1) apparaît en donnant des valeurs sur les quatre élasticités qui font partie de l'élasticité *e*. Mais pour Keynes, le cas le plus général est celui dans lequel les quatre élasticités prennent des valeurs telles que e<1 : quand la quantité de monnaie augmente, le niveau général des prix augmente moins que proportionnellement. L'ensemble des quatre élasticités montre un mécanisme de transmission entre *M* et *P* qui dépend des réactions de cause-effet interdépendantes entre la demande effective, la production, l'emploi et les salaires. Dans ces réactions, la proportionnalité n'est pas la règle générale et elles impliquent simultanément des grandeurs monétaires et réelles.

REFERENCES

BARRERE, Alain. (1952). *Théorie économique et impulsion keynésienne*. Dalloz. Paris.

[5] Une analyse graphique des élasticités du chapitre 21 est présentée par Hansen (1949).

BRADY, Michael. (1995). A Study of J. M. Keynes' Marshallian-Pigouvian Elasticity Approach in Chapter 20 and 21 of the GT. *History of Economics Review*. 24. Summer, pp. 55-71, pp. 55-71.

BRIDEL, P. (1987). Price Level. *The New Palgrave a Dictonary of Economics*. Edited by John Eatwell, Murray Milgate, Peter Newman. Macmillan Press Limited. London. Tome 3, pp. 955-956.

BROWN, Arthur. (1992). Keynes and the Quantity Theory of Money. *The Philosophy and Economics of J. M. Keynes*. Edited by Bill Gerrard and John Hillard. Worcester, pp. 167-192.

DORNBUSCH, R. FISCHER, S. (1990). *Macroeconomics*. MacGraw-Hill. New York.

HABIBAGAHI, Hamid. (1978). Keynes and the Quantity Theory Elasticities. *Keynes, Keynesians and Monetarists*. Edited by Sindey Weintraub. University of Pennsylania Press, pp. 61-75.

HANSEN, Alvin. (1949). *Monetary Theory and Fiscal Policy*. MacGraw-Hill Book Company, Inc. New York.

HANSEN, Alvin. (1953). *A guide to Keynes*. MacGraw-Hill Book Company, Inc. New York. En Français: *Introduction à la pensée keynésienne*. Dunod. Paris. 1967.

HAYEK, Friedrich Von. (1931). *Prix et Production*. Calmann-Levy. 1975.

KEYNES, John Maynard. (1930). *A Treatise on Money*. MacMillan and Co, Limited. London.

KEYNES, John Maynard. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Mac Millan. London. 1946. En Français: *Théorie général de l'émploi de l'intétêt et de la monnaie*. Editions Payot. Lonrai. 1998. En Espagnol: *Teoria general de la ocupacion, el interes y el dinero*. Fondo de Cultura Economica. Mexico. 2000.

LINTNER, John. (1948). The Theory of Money Prices. *The New Economics: Keynes' Influence on the Theory and Public Policy*. Edited by Seymour E. Harris. Alfred A. Knopf, Inc. New York, pp. 503-537.

MARCUZZO, Maria Cristina. (2002). *The Demise of the Quantity Theory of Money*. Inedited.

NAYLOR, Thomas H. (1968). A note on Keynesian Mathematics. *Economics Journal*. Vol. 78. Mach, pp. 172-173.

SKIDELSKY, Robert. (1995). J. M. Keynes and the Quantity Theory of Money. *The Quantity Theory of Money: From Locke to Keynes and Friedman.* Edited by Edward Elgar. Edward Elgar Publishing Company. Chippenham. pp. 80-96.

TREVITHICK, J. MULVEY, C. (1975). *The Economics of Inflation*. Martin Robertson and Co. Ltd. London.

ANNEXE 1

Démonstration de l'expression (5)

$$D_{wr} = p_{wr} q_r$$

$$dD_{wr} = p_{wr} dq_r + q_r dp_{wr} + dp_{wr} dq_r \text{ , mais } dp_{wr} dq_r = 0$$

$$dD_{wr} = p_{wr} dq_r + q_r dp_{wr} \text{ , on divise par } dq_r$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = \frac{p_{wr} dq_r}{dq_r} + \frac{q_r dp_{wr}}{dq_r}$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = p_{wr} + q_r \frac{dp_{wr}}{dq_r}$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (1 + \frac{dp_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{p_{wr}}) p_{wr}$$

$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (1 + \frac{1}{e_r}) p_{wr}$, comme e_r est négatif on a:

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (1 - \frac{1}{e_r}) p_{wr}$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (\frac{e_r - 1}{e_r}) p_{wr}$$

$$p_{wr} = \frac{e_r}{e_r - 1}\frac{dD_{wr}}{dq_r}$$

$$p_{wr} = \frac{e_r}{e_r - 1} rmg_r$$

comme le revenu marginal est égal au coût marginal, on a :

$$p_{wr} = \frac{e_r}{e_r - 1} cmg_r$$

ANNEXE 2

Démonstration que les expressions (5) et (6) sont équivalentes

$$D_{wr} = p_{wr} q_r$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = \frac{p_{wr} dq_r}{dq_r} + \frac{q_r dp_{wr}}{dq_r}$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = p_{wr} + q_r \frac{dp_{wr}}{dq_r}$$

$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (1 + \frac{dp_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{p_{wr}}) p_{wr}$ comme $D_{wr} = p_{wr} q_r$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r} = (1 + \frac{dp_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{p_{wr}}) \frac{D_{wr}}{q_r}$$

En divisant les deux termes de l'expression par $\frac{D_{wr}}{q_r}$, on obtient :

$$\frac{dD_{wr} / dq_r}{D_{wr} / q_r} = (1 + \frac{dp_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{p_{wr}})$$

$$\frac{dD_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{D_{wr}} = (1 + \frac{dp_{wr}}{dq_r}\frac{q_r}{p_{wr}})$$

$\frac{1}{e_{dr}} = (1 + \frac{1}{e_r})$ comme e_r est négatif, on a

$$\frac{1}{e_{dr}} = (1 - \frac{1}{e_r})$$

$$e_{qr} = \frac{e_r}{e_r - 1}$$

ANNEXE 3

Démonstration de l'expression (19)

$$P = P_w W$$

$dP = P_w dW + WdP_w$, comme $P = P_w W$ on a :

$$dP = \frac{P}{W} dW + WdP_w$$

on multiplie par dD_w/dD_w, D_w/D_w, P_w/P_w

$$dP = \frac{P}{W} dW + WdP_w \frac{dD_w}{dD_w} \frac{D_w}{D_w} \frac{P_w}{P_w}$$

comme $e'_p = \frac{dP_w}{dD_w} \frac{D_w}{P_w}$ on a :

$$dP = \frac{P}{W} dW + e'_p \frac{P_w}{D_w} dD_w W \qquad \text{(I)}$$

Mais $D = D_w W$, donc

$$dD = D_w dW + WdD_w$$

$$D_w dW + WdD_w - dD_w$$

$$WdD_w = dD_w - D_w dW \qquad \text{(II)}$$

on substitue (II) dans (I)

$$dP = \frac{P}{W} dW + e'_p \frac{P_w}{D_w} (dD_w - D_w dW)$$

comme $D = D_w W$ et $P = P_w W$ on a :

$$dP = \frac{P}{W} dW + e'_p \frac{P}{D} (dD_w - \frac{D}{W} dW)$$

$$dP = \frac{P}{W} dW + e'_p \frac{P}{D} dD_w - e'_p \frac{P}{W} dW$$

$$dP = e'_p \frac{P}{D} dD_w + \frac{P}{W} dW (1 - e'_p)$$

on multiplie les deux termes de l'égalité par *D/pdD*

$$dP \frac{D}{pdD} = e'_p \frac{P}{D} dD_w \frac{D}{pdD} + \frac{P}{W} dW \frac{D}{pdD} (1 - e'_p)$$

comme $e_p = \frac{dP}{dD} \frac{D}{P}$ et $e_w = \frac{dW}{dD} \frac{D}{W}$ on a :

$$e_p = e'_p + e_w (1 - e'_p)$$

comme $e'_p + e_q = 1$, on substitue e'_p

$$e_p = 1 - e_q + e_w - e_w(1 - e_q)$$

$$e_p = 1 - e_q(1 - e_w)$$

ANNEXE 4

Professeur Rosselli :

Voici la réponse à la question que vous m'avait posé lors de la présentation de mon papier à l'Université d'été concernant aux élasticités du chapitre 21 de la Théorie Générale. Vous allez trouver toutes les détailles et démonstrations dans le travail adjoint à ce message.

1. Erreur : Nous allons appeler l'élasticité e_o de Keynes par e_q . A la page 305 Keynes écrit :

$$e = \frac{Mdp}{pdM} = e_p e_d \qquad \text{(A)}$$

où

$$e_p = 1 - e_e e_q (1 - e_w) \qquad \text{(B)}$$

Keynes substitue (B) en (A), donc il obtienne

$$e = e_d (1 - e_e e_q + e_e e_q e_w)$$

c'est-à-dire

$$e = e_d - e_d e_e e_q + e_d e_e e_q e_w \qquad \text{(C)}$$

Alors, l'expression (C) est INCORRECTE parce que l'expression (B) est INCORRECTE.

2. Démonstration simplifié et correction : L'expression (B) est dérivée de l'expression (D) du chapitre 20, page 285. Dans ce chapitre Keynes écrit :

$$e_p = 1 - e_q (1 - e_w) \qquad \text{(D)}$$

Cet expression (D) est correcte chez Keynes. Cependant, les expressions (B) et (D) ne sont pas équivalents, c'est-à-dire qu'on ne peut pas obtenir l'expression (B) à partir de (D). Alors pour obtenir une expression (B) équivalent à l'expression (D), on fait la division e_q / e_e (les deux élasticités sont mesurées en unités de salaire), on obtient alors une expression e_q^{**} mesuré en monnaie:

$$e_q^{**} = \frac{e_q}{e_e}$$

Donc

$$e_q = e_e e_q^{**} \qquad \text{(E)}$$

Si l'on substitue l'expression (E) dans l'expression (D) on obtienne l'expression (B) correcte. Ainsi :

$$e_p = 1 - e_e e_q^{**} (1 - e_w) \qquad \text{(B1)}$$

On peut vérifier que (B1) est une expression équivalent à (D). Finalement on substitue (B1) dans l'expression (A) pour obtenir l'expression (C) correcte :

$$e = e_d - e_d e_e e_q^{**} + e_d e_e e_q^{**} e_w \qquad \text{(C1)}$$

3. Conclusion : Keynes écrit de façon incorrecte e_q au lieu d'écrire e_q^{**}. Ce sont deux élasticités complètement différents puisque e_q est l'élasticité de la production par rapport à la demande effective

mesurée en unités de salaire et e_q^{**} est l'élasticité de la production par rapport à l'emploi mesurée en monnaie.

Si vous avez des questions ne hésitez me demander.

Cordialement

Alexander Tobon